

MEĐUŽUPANIJSKI STRUČNI SKUP

**STRUČNO-METODIČKA PRIPREMA ZA
POLAGANJE STRUČNOG ISPITA**

16. prosinca 2024.

Grad Zagreb, Zagrebačka, Sisačko-moslavačka, Krapinsko-zagorska, Koprivničko-križevačka, Bjelovarsko-bilogorska županija

Ciljevi predavanja:

- upoznavanje sa etapama polaganja (usmenog dijela) stručnog ispita
- osnažiti kompetencije za uspješno polaganje (usmenog dijela) stručnog ispita
- povećati motiviranost za kreativan pristup planiranju i izvođenju nastave
- na primjerima iz prakse objasniti važnost korištenja različitih strategija u rješavanju problema kako bi učenici bili potaknuti na promišljanje, argumentiranje i samostalno zaključivanje s ciljem uspostavljanja i razumijevanja veza i odnosa među matematičkim objektima, pojmovima, idejama i postupcima

Ispitni rokovi za nastavnike u srednjim školama:

- 10. veljače do 10. travnja
- 10. listopada do 10. prosinca

Prijava ispita:

- najkasnije 30 dana prije početka ispitnog roka

Dokumentacija kojom se prijavljuje stručni ispit propisana je **člankom 14. Pravilnika o polaganju stručnog ispita učitelja i stručnih suradnika u osnovnom školstvu i nastavnika u srednjem školstvu.**

Popis prijavljenih pristupnika - stranice AZOO, najkasnije 8 dana prije početka održavanja stručnog ispita

Sastav ispitnog povjerenstva:

- viši savjetnik Agencije za odgoj i obrazovanje – predsjednik ispitnog povjerenstva
- ispitivač metodike iz redova sveučilišnih profesora metodike
- sustručnjak pripravnika kao mentor na ispitu
- ravnatelj škole u kojoj se polaže stručni ispit
- nastavnik hrvatskoga jezika

Stručni ispit obuhvaća:

- pisani dio (180 minuta)
- izvedba nastavnoga sata (priprema za izvođenje nastavnog sata s detaljno razrađenim aktivnostima pomoću kojih će učenici ostvariti predviđene ishode)
- usmeni dio

Pisana priprema za nastavni sat (obrazac pripreme)

Usklađena s kurikulumom predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj (izdanje: NN 7/2019)

- glavni cilj nastavnog sata
- očekivana učenička postignuća (ishodi učenja)
- korelacije unutar matematike i s drugim nastavnim predmetima. Međupredmetne teme
- tip nastavnog sata
- nastavni oblici
- nastavne metode
- nastavna sredstva
- nastavna pomagala
- literatura
- artikulacija sata (makroplan)
- detaljna razrada makroplana (mikroplan)
- plan ploče

Uloga stručnjaka (mentora) na SI:

- u dogovoru s ostalim članovima ispitnog povjerenstva utvrđuje termine održavanja pisanog dijela stručnog ispita, nastavnog sata i usmenog dijela stručnog ispita za svakog kandidata (**nastavna tema i termin održavanja ispitnog sata utvrđuju se najkasnije do početka pisanog dijela ispita**)
- ustupa razredni odjel u kojem će se održati nastavni (ispitni) sat
- upoznavanje s učenicima razrednog odjela
- upoznavanje s matematičkim kabinetom u kojem će se održati ispitni sat, (izgled ploče, nastavnim sredstva i pomagala)
- savjetuje pripravnika tijekom izrade pripreme za nastavni sat vodeći računa o individualnim potrebama učenika u pojedinom razrednom odjelu (**Priprema za nastavni sat mora biti dostavljena na uvid mentoru 2-3 dana prije održavanja nastavnog sata.**)
- kandidatima prosljeđuje PowerPoint prezentaciju s pitanjima koja se odnose na Ustav Republike Hrvatske te zakone i pravilnike vezane za ustroj školskog sustava, a koji se ispituju na usmenom dijelu stručnog ispita

Korisne upute:

- na ispitni sat donijeti tri kopije nastavne pripreme (za svakog člana ispitnog povjerenstva po jednu)
- dozvoljena je upotreba samo školskog računala
- školski sat traje 45 min
- udžbenik koji se koristi u nastavi:

B. Dakić, N. Elezović, MATEMATIKA , 2. dio, udžbenik za 2. razred gimnazija i strukovnih škola, ELEMENT

B. Dakić, N. Elezović, MATEMATIKA , 1. dio, udžbenik za 3. razred gimnazija i strukovnih škola, ELEMENT

- dozvoljena je upotreba kalkulatora preporučenih od strane NCCVO-a
- kandidat ne upisuje nastavni sat u e-imenik
- odraditi predviđeno u okviru trajanja jednog školskog sata (učenicima se ne bi smjelo oduzimati vrijeme predviđeno za odmor)
- s učenicima pred kraj sata analizirati listić sa zadatcima za domaću zadaću

Odnos učenik-nastavnik

- aktivnost učenika intezivna i stalna
- poticati diskusiju i suprostavljanje mišljenja (učenici aktivni sudionici nastavnog procesa)
- ohrabrivati učenike da postavljaju pitanja te dolaze do odgovora koji će ih dovesti do rješavanja problemskih situacija
- učenicima olakšati uspostavljanje i razumijevanje veza i odnosa među matematičkim objektima, pojmovima, idejama i postupcima
- voditi računa o individualnim razlikama učenika
- povezivati gradivo sa svakodnevnim životom
- tražiti od učenika da procijene osobni napredak (samovrednovanje i vršnjačko vrednovanje)
- nastup dinamičan, siguran, blizak, motivirajući
- precizno definirati pojmove primjereno uzrastu učenika, navoditi svojstva, iskazivati jednostavne tvrdnje i teoreme te ih dokazati
- govor književno ispravan, ugodan, odmjeren, razumljiv

Primjer 1.

Pravac $x = -3$ os je simetrije parabole $y = ax^2 + bx + c$, a $x_1 = -6$ jedna je njezina nul-točka. Ako je k tome ordinata tjemena 3, odredite jednadžbu parabole.

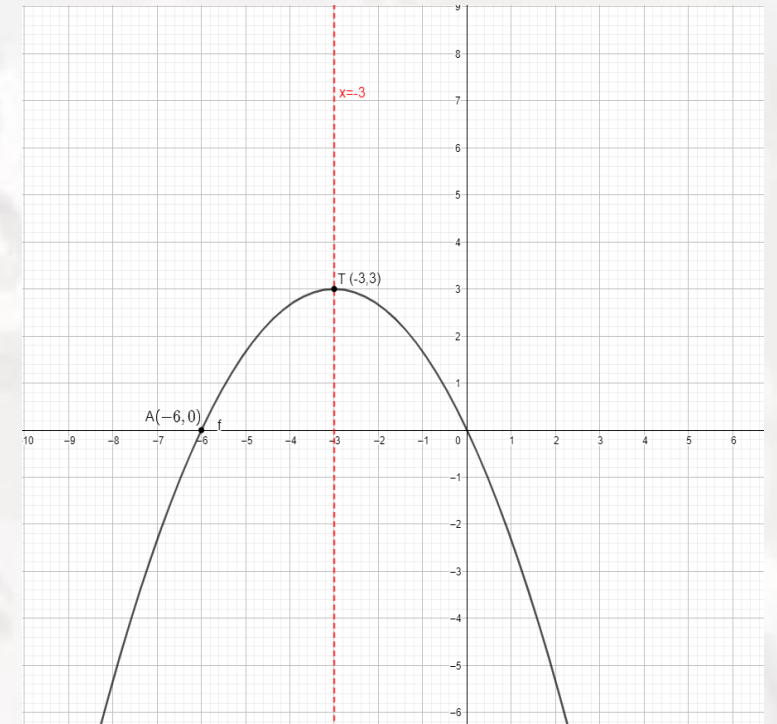
Rješenje:

Parabola-graf kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a(x - x_0)^2 + y_0$$

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$



I. način

$$x = -3 \text{ — os simetrije parabole} \Rightarrow x_0 = -3 \\ \Rightarrow T(-3, 3).$$

$$x_1 \text{ — nul-točka kvadratne funkcije } N_1(-6, 0).$$

$$y = a(x - x_0)^2 + y_0$$

$$y = a(x + 3)^2 + 3$$

$$a = ?$$

$$0 = a(-6 + 3)^2 + 3 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}(x + 3)^2 + 3 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x$$

II. način

$$x = -3 \text{ — os simetrije parabole} \Rightarrow x_0 = -3 \\ \Rightarrow T(-3, 3).$$

$$x_1 \text{ — nul-točka kvadratne funkcije}$$

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow x_2 = 0$$

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = ax(x + 6)$$

$$3 = a(-3) \cdot 3 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}x(x + 6) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x$$

III. način

$$x = -3 \text{ — os simetrije parabole} \Rightarrow x_0 = -3 \\ \Rightarrow T(-3, 3).$$

$$T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

$$x_1 \text{ — nul-točka kvadratne funkcije } N_1(-6, 0)$$

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -3 \\ \frac{4ac - b^2}{4a} = 3 \\ 36a^2 - 6b + c = 0 \end{cases}$$

Bolje:

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow x_2 = 0 \Rightarrow N_2(0, 0)$$

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -3 \\ \frac{4ac - b^2}{4a} = 3 \\ c = 0 \end{cases}$$

Primjer 2.

Riješimo nejednadžbu:

$$(x + 2)(x - 1) > 0$$

I. NAČIN

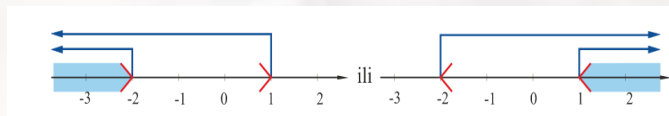
Valja odrediti sve realne brojeve x za koje je umnožak $(x + 2)(x - 1)$ pozitivan broj.

Umnožak dvaju brojeva je pozitivan onda i samo onda ako su ti brojevi istog predznaka, dakle ako je:

$$a) \quad \begin{cases} x + 2 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \quad \text{ili} \quad b) \quad \begin{cases} x + 2 < 0 \\ x - 1 < 0 \end{cases}$$

Rješenje sustava a) je interval $\langle 1, +\infty \rangle$, a rješenje sustava b) je interval $\langle -\infty, -2 \rangle$.

Rješenje nejednadžbe: $x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle$.



II. NAČIN

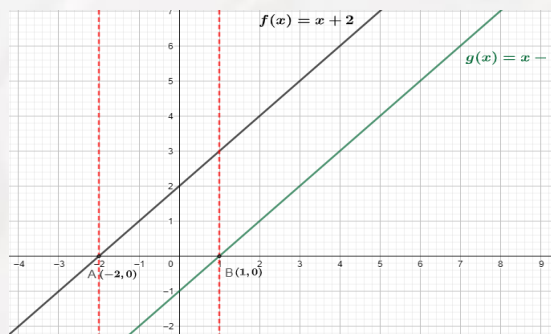
Promotrimo linearne funkcije:

$$f(x) = x + 2 \text{ i } g(x) = x - 1.$$

Za koje će sve realne brojeve x umnožak vrijednosti funkcija $f(x)$ i $g(x)$ biti pozitivan broj?

Nacrtajmo grafove funkcija $f(x)$ i $g(x)$ te istražimo postavljeni problem.

$$x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle$$



III. NAČIN

Promotrimo kvadratnu funkciju $f(x) = (x - 1)(x + 2)$.

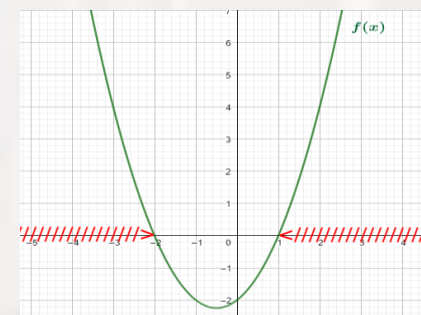
Za koje realne brojeve x vrijedi $f(x) > 0$?

Nacrtajmo graf funkcije $f(x) = (x - 1)(x + 2)$

Nul-točke ... $x_1 = -2$, $x_2 = 1$.

Za $x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle$.

Taj skup je skup rješenja kvadratne nejednadžbe $(x + 2)(x - 1) > 0$.



Primjer 3.

Riješimo jednadžbu:

$$|x - 1| = \frac{1}{2}x + 1$$

I. NAČIN

Kako je s lijeve strane jednadžbe nenegativan broj, onda i broj s desne strane mora biti nenegativan. Dakle, ako jednadžba ima rješenja, ona moraju zadovoljavati uvjet $\frac{1}{2}x + 1 \geq 0$, odnosno $x \geq -2$.

$$|x - 1| = \begin{cases} x - 1, & x \geq 1 \\ -x + 1, & x < 1 \end{cases}, \quad x \geq -2$$

Prva mogućnost:

$$-2 \leq x < 1$$

$$-x + 1 = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow x_1 = 0$$

Druga mogućnost:

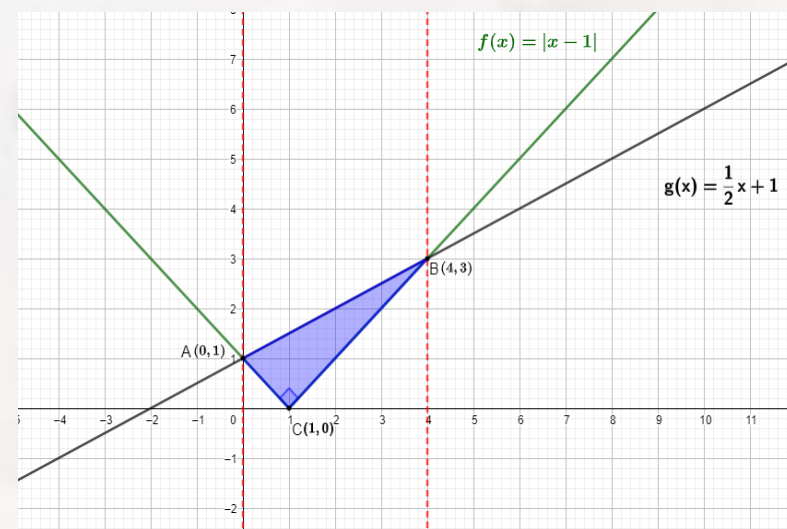
$$x \geq 1$$

$$x - 1 = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow x_2 = 4$$

II. NAČIN

Nacrtajmo graf funkcija $f(x) = |x - 1|$ i $g(x) = \frac{1}{2}x + 1$.

Želim odrediti $x \in \mathbb{R}$ za koje će vrijednosti jedne i druge funkcije jednake.



$$x_1 = 0, x_2 = 4$$

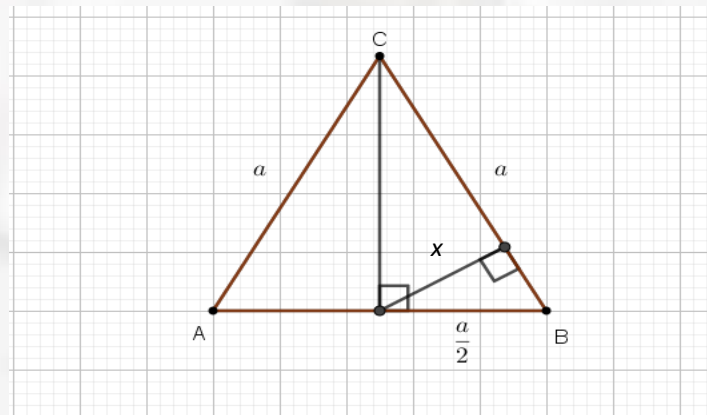
Izračunaj površinu lika omeđenog grafovima funkcije

$$f(x) = |x - 1| \text{ i } g(x) = \frac{1}{2}x + 1.$$

$$P = \frac{\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2}}{2} = 3 \text{ kv. jed.}$$

Primjer 4.

Odredi duljinu x dužine na slici:



I. NAČIN

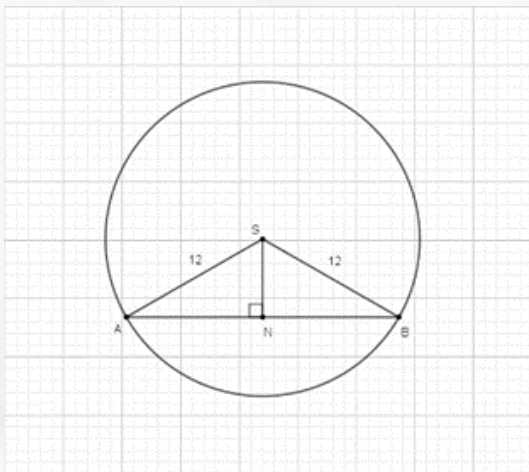
$$\sin 60^\circ = \frac{x}{\frac{a}{2}} \Rightarrow x = \frac{a}{2} \cdot \sin 60^\circ \Rightarrow x = a \frac{\sqrt{3}}{4}$$

II. NAČIN

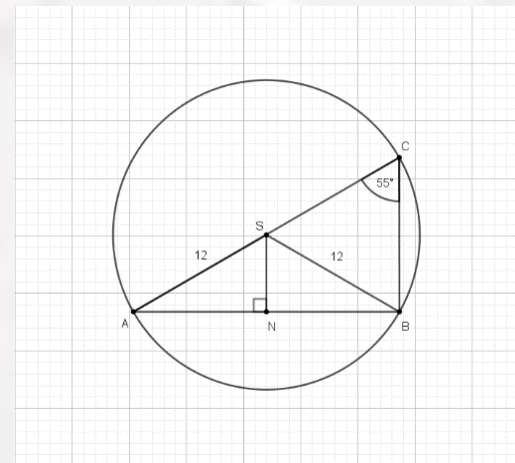
$$\frac{\frac{a}{2} \cdot a \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{a \cdot x}{2} \Rightarrow x = a \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Primjer 5.

Duljina polumjera kružnice iznosi 12 cm. Kolika je duljina tetive te kružnice koja pripada središnjem kutu od 110° ?



I. NAČIN



II. NAČIN

$\triangle ABS$ -jednakokraki trokut

$$\sphericalangle ASB = 110^\circ$$

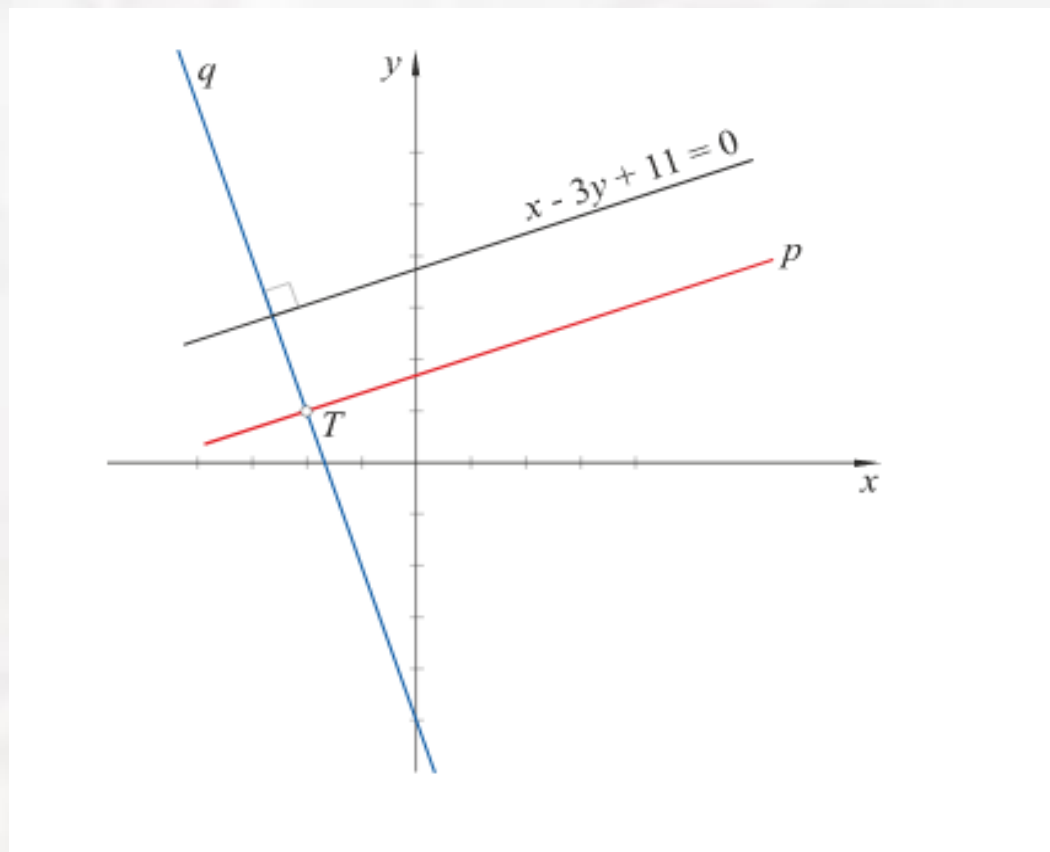
$$|AS| = |BS| = r = 12 \text{ cm}$$

$$\text{Iz } \triangle ANS \Rightarrow \sin 55^\circ = \frac{|AN|}{r} \Rightarrow |AB| = 2|AN| \Rightarrow |AB| = 19.66 \text{ cm}$$

$$\sin 55^\circ = \frac{|AB|}{2r} \Rightarrow |AB| = 2r \cdot \sin 55^\circ \Rightarrow |AB| = 19.66 \text{ cm}$$

Primjer 6. (Dakić, Elezović MATEMATIKA 3/2.DIO, Element, Zagreb 2020., str. 66, Primjer 3.)

Točkom $T(-2, 1)$ položimo pravac p_1 koji je paralelan i pravac p_2 koji je okomit na pravac $x - 3y + 11 = 0$.



I. NAČIN

Nagib zadanog pravca je $\frac{1}{3}$.

Pravac koji mu je paralelan ima jednaki nagib, njegova jednačba je oblika

$$y = \frac{1}{3}x + l.$$

Pravac prolazi točkom $T(-2, 1)$

$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{3}(-2) + l \Rightarrow l = \frac{5}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}.$$

Koeficijent k' pravca okomitog na zadani pravac računamo iz uvjeta okomitosti pravaca:

$$k \cdot k' = -1 \Rightarrow k' = -3 \Rightarrow q \dots y = -3x + l$$

Pravac prolazi točkom $T(-2, 1)$

$$\Rightarrow 1 = 6 + l \Rightarrow l = -5 \Rightarrow q \dots y = -3x - 5$$

II. NAČIN

$p \dots Ax + By + C = 0$ – zadani pravac

$$p_1 \parallel p \Rightarrow p_1 \dots Ax + By + C_1 = 0$$

$$p_2 \perp p \Rightarrow p_2 \dots Bx - Ay + C_2 = 0$$

Odredimo paralelan pravac zadanom pravcu.

$$x - 3y + 11 = 0$$

$$\Rightarrow x - 3y + C_1 = 0 \Rightarrow -2 - 3 \cdot 1 + C_1 = 0$$

$$\Rightarrow C_1 = 5 \Rightarrow x - 3y + 5 = 0$$

Odredimo okomiti pravac zadanom.

$$x - 3y + 11 = 0$$

$$\Rightarrow 3x + y + C_2 = 0 \Rightarrow 3 \cdot (-2) + 1 + C_2 = 0$$

$$\Rightarrow C_2 = 5 \Rightarrow 3x + y + 5 = 0$$

Primjer 7.

U nekom geometrijskom nizu (a_n) je $a_2 + a_4 = -\frac{5}{12}$, $a_2 \cdot a_4 = \frac{1}{36}$. Koji je to niz?

I. NAČIN

$$a_2 + a_4 = -\frac{5}{12} \Rightarrow a_1 q + a_1 q^3 = -\frac{5}{12} \Rightarrow a_1 q(1 + q^2) = -\frac{5}{12}$$

$$a_2 \cdot a_4 = \frac{1}{36} \Rightarrow a_1 q \cdot a_1 q^3 = \frac{1}{36} \Rightarrow a_1^2 q^4 = \frac{1}{36} \Rightarrow a_1 q^2 = \pm \frac{1}{6}$$

$$\begin{cases} a_1 q(1 + q^2) = -\frac{5}{12} \\ a_1 q^2 = \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow q = -2, a_1 = \frac{2}{3}, \quad q = -\frac{1}{2}, a_1 = \frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} a_1 q(1 + q^2) = -\frac{5}{12} \\ a_1 q^2 = -\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow q = 2, a_1 = -\frac{1}{24}, \quad q = \frac{1}{2}, \quad a_1 = \frac{2}{3}$$

II. NAČIN

- Prema Viéteovim formulama možemo zapisati kv. jednadžbu:
- $x^2 + \frac{5}{12}x + \frac{1}{36} = 0 \Rightarrow 36x^2 + 15x + 1 = 0$, čija su rješenja a_2 i a_4
- Zadatak ima četiri rješenja ($a_3^2 = a_2 \cdot a_4$)

1. $-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{12}, \dots$

2. $\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{12}, \dots$

3. $-\frac{1}{24}, -\frac{1}{12}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{3}, \dots$

4. $\frac{1}{24}, -\frac{1}{12}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{3}, \dots$

Usavršavanje nastavnika:

- Agencija za odgoj i obrazovanje-središte aktivnosti stručnih usavršavanja odgojno-obrazovnih radnika (prijava na stručne skupove na poveznici: <http://ettaedu.azoo.hr>)
(aktivni, međuzupanijski i državni skupovi za nastavnike, seminari)
- Hrvatsko matematičko društvo-strukovna udruga matematičara koja ima cilj unapređivanje i promicanje nastave matematike na svim razinama-poveznica: <https://www.matematika.hr/>
 - Nastavna sekcija-predavanja, radionice, seminari/kongres nastavnika matematike
 - Matematička natjecanja (u suradnji s AZOO i MZOM RH)
 - Izdavačka djelatnost (Matka, Poučak, Matematičko-fizički list...)
- I-nastava (podrška učenicima, roditeljima i nastavnicima, MZOM video lekcije objavljuje na sljedećoj poveznici: <https://i-nastava.gov.hr/videolekcije-2021-2022/556>)

Vlatka Arhanić, prof. matematike

XI. GIMNAZIJA

Savska 77,

10 000 Zagreb

vlatkaarhanic@gmail.com

vlatka.arhanic@skole.hr

098 98 13 887

Hvala na pažnji!